



Guide orange

Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP

Romain Clavier, Laurent Giauffret, Cécile Montesinos

Les points essentiels

Importance du lien entre
sens et technique

Importance de la
distinction de deux
systèmes de numérations

Importance du travail des
différents modes de calcul

Importance du rôle de la
manipulation et de la
verbalisation des élèves
dans les apprentissages

Importance des
cheminements cognitifs
pour passer de la
manipulation à l'abstraction

Importance de la
modélisation
dans la résolution de
problèmes

Importance d'un texte du
savoir

SOMMAIRE

Quels systèmes de numération enseigner? Pourquoi et comment? *p.23 à 48*

Calculs et sens des opérations *p.49 à 76*

Résolution de problèmes et modélisation *p.77 à 102*

Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP *p.103 à 114*

Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques *p.115 à 128*

Comment analyser et choisir un manuel en mathématiques au CP *p.129 à 138*

Programmer sa progression au CP *p.139 à 148*

Bibliographie

Quelques généralités p.11-22

3 types de procédures lors de la résolution de problème : dénombrement par des dessins plutôt figuratifs, dénombrement par des représentations symboliques, calcul) => Choix des nombres pour faire évoluer les procédures.

Importance de mémoriser des faits numériques pour pouvoir les mobiliser lors de la résolution de problèmes. Alternier découverte, exploration, décomposition des nombres

Etape importante en CP: Passer d'une procédure de dénombrement (comptage, surcomptage) à la traduction de celle-ci en termes d'écritures additives. Autre saut : passage à l'écriture soustractive



Chapitre I

Quels systèmes de numération enseigner? Pourquoi et comment?

Procédures pour comparer des quantités

Correspondance terme
à terme

Procédure « Nom du
nombre par comptage
un à un »

Procédure « **Nom du
nombre par comptage
de dix en dix** »

Procédure « **écriture
chiffrée** »

écriture chiffrée pas nécessaire

Nom du nombre au-
delà de 10 pas
nécessaire

Une situation particulièrement efficace : collection partiellement groupée en dizaines afin de disqualifier le comptage un à un et d'amener l'élève à réorganiser la collection (dizaines non apparentes)

2 systèmes de numération : objet d'enseignement en CP (p.25 à 31)

Mettre en
évidence les
repérants

Numération orale : Voir la régularité
(Grande comptine/petite comptine)

Numération écrite : N'est pas la
description de la numération orale.
Suit un principe décimal et positionnel

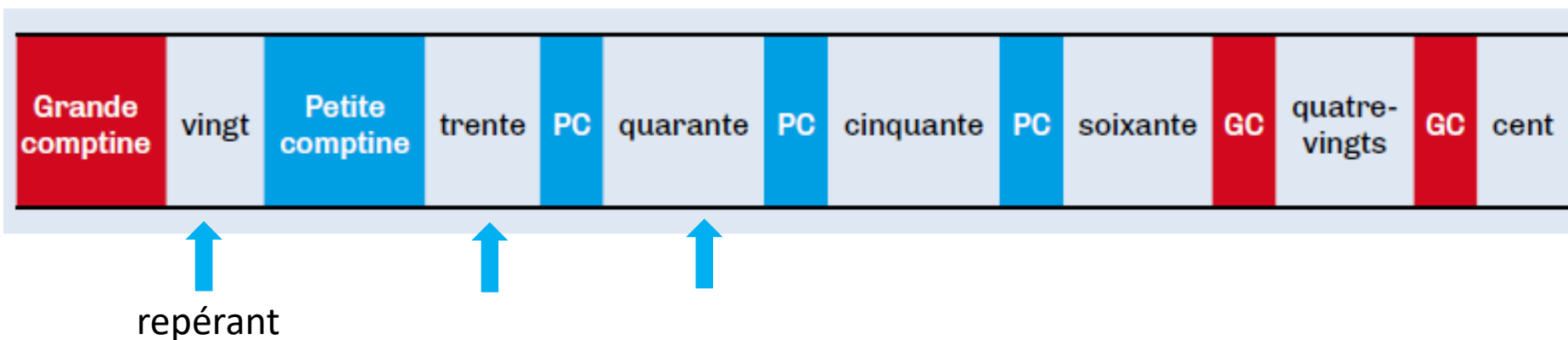
**Proposer aux élèves des situations mettant en jeu des cheminements cognitifs
divers : Travailler chaque système de numération et de comprendre chacune de
leur structure.**

Essentiellement ordinale

Essentiellement
cardinale

Systemes de numération : objet d'enseignement en CP

Il s'agit de mettre en jeu deux types de comptine:
la « grande comptine » (GC) de un à dix-neuf,
et la « petite comptine » (PC) de un à neuf.



Il s'agit de construire avec les élèves la frise qui montre la PC et la GC, et non un tableau (p.37).

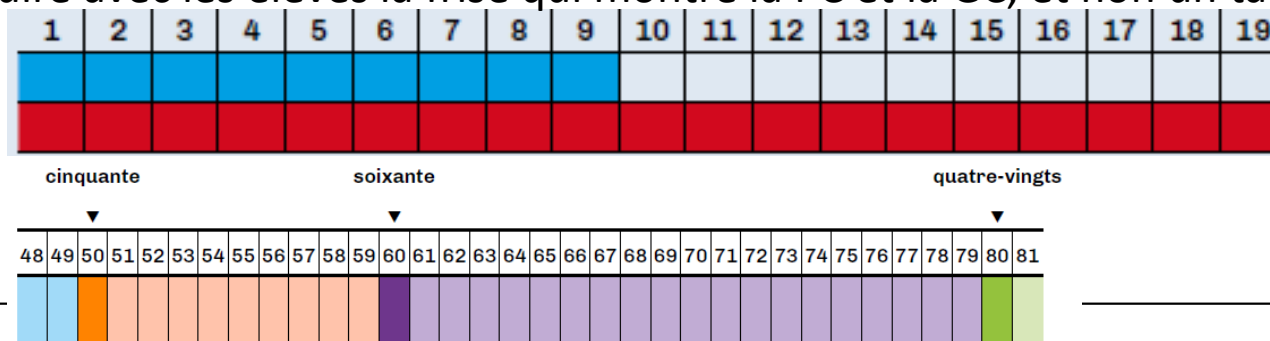


Figure 40. Exemple d'une frise numérique faisant apparaître petite et grande comptines.

Travailler explicitement les deux itinéraires d'enseignement

Le plus souvent
utilisé par les
élèves

Construire la numération écrite chiffrée à partir de la numération orale (40 2). Les écritures chiffrées sont extraites du nombre

Nombre de dizaines non explicite

Pour permettre
l'accès direct au
nombre

Construire les deux systèmes de numération de manière indépendante pour ensuite faire du lien. Procédure écriture chiffrée sans le nom du nombre.

L'écriture chiffrée peut être ouverte jusqu'à 100 dès la période 2

Travailler la notion de dizaine en amont de la construction de la numération écrite chiffrée quel que soit l'itinéraire choisi. Présenter la dizaine sous différentes formes (même des décompositions)

Proposition de séquence sur la dizaine par Eric Mounier sans mobiliser le comptage p.34-35

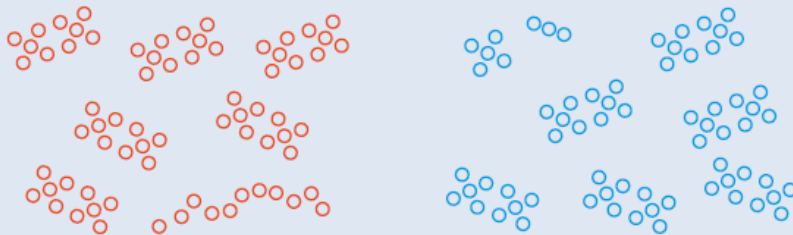
Les unités de numération

Aspect positionnel et décimal

⇒ Travailler les **unités de numération** en mettant en jeu l'aspect positionnel (6 unités 5 dizaines), l'aspect décimal (4 dizaines 16 unités), l'aspect décimal et positionnel (16 unités 4 dizaines), d'abord avec du matériel manipulable puis utilisation du matériel pour vérification. Envisager plusieurs types de décompositions : 5d6u, 50 + 6, 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 6, 4d16u...

⇒ Écriture 100 correspond à 10 dizaines 0 unité qui permet de faire le lien entre mètres et cm, deux unités de longueur introduites au CP.
⇒ Envisageable mais pas obligatoire au CP d'écrire des nombres comme 12d3u = 123

Une séquence d'apprentissage sur la numération écrite chiffrée : comparer une collection partiellement groupée à une collection totalement groupée p.40



Dans le contexte nombre

78	85	91	78	47	74	9	41
70	7	5d 1u	4d 2u	3u 4d	34	5d 17u	6d

Il existe deux systèmes de numération

2 procédures de dénombrement sont à enseigner de manière explicite

En résumé

Les unités de numération permettent de travailler l'aspect décimal et positionnel

Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des 2 systèmes de numération

Chapitre II

Calculs et sens des opérations

Les différentes formes de calcul au CP (p.50)

Calcul mental (sans recours à l'écrit)



Mobilise le plus souvent la numération orale

Au moins 15 minutes par jour (séquence de calcul p.73)

Calcul en ligne

(Écrit ou partiellement écrit sans utilisation des algorithmes des opérations posées)



Mobilise les deux systèmes de numération

Calcul posé

(Application d'un algorithme opératoire)



Mobilise la numération écrite chiffrée

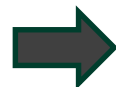
⇒ A développer en premier lieu
⇒ Y consacrer une place prépondérante

⇒ Calcul posé de l'addition
période 4 au plus tard

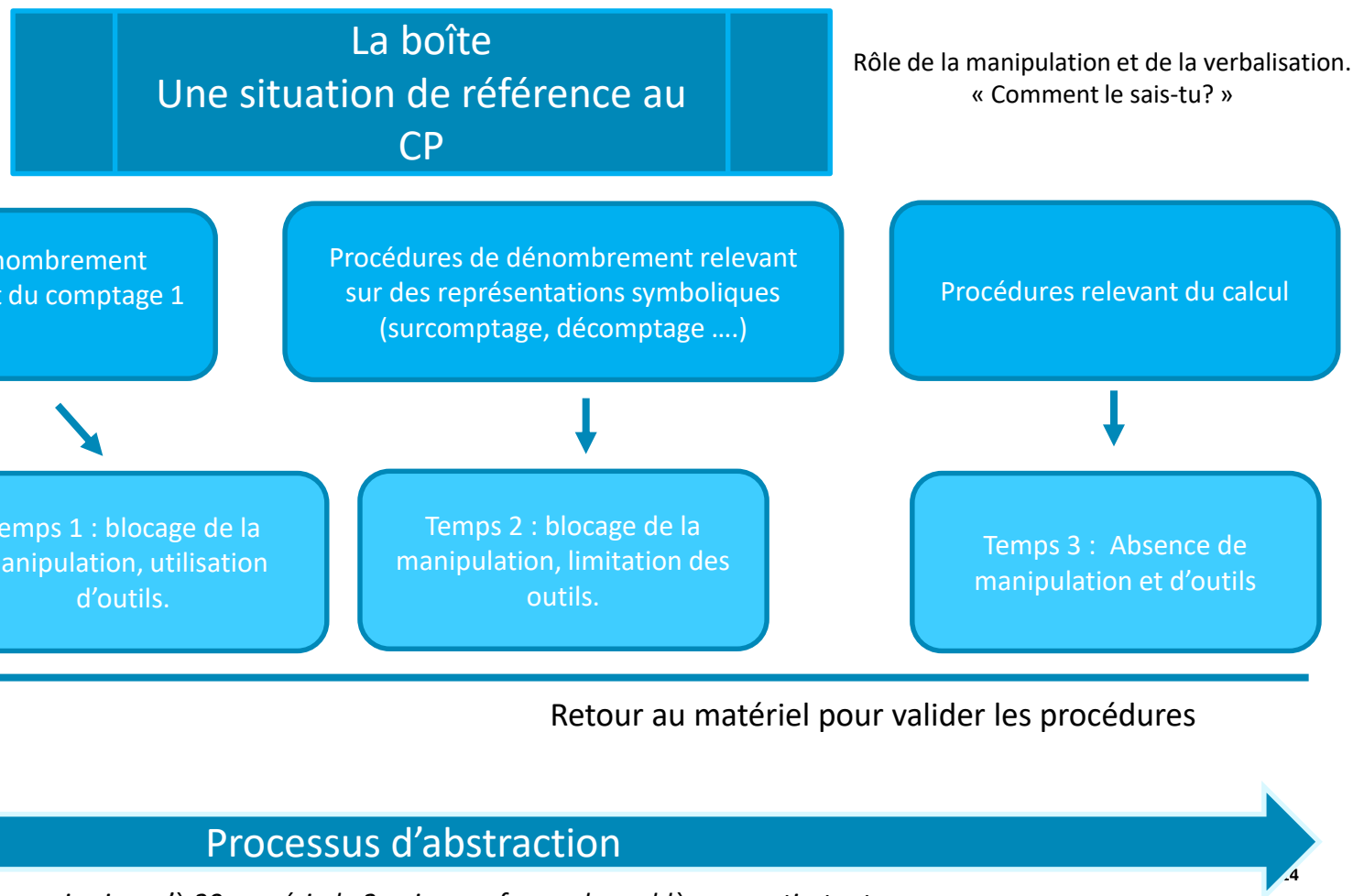
Ces différentes modalités nécessitent : Faits numériques, procédures élémentaires automatisées, combinaisons de procédures

Passer du comptage au calcul

En maternelle, les élèves manipulent pour trouver une solution, verbalisent leurs procédures et vérifient empiriquement à l'aide du matériel, leurs solutions.



L'enjeu du CP est de faire passer les élèves de procédures de comptage sur les objets à des procédures de calcul.)



Les 4 opérations dès le CP

L'addition et la soustraction

La multiplication et la division

Dès la maternelle, sans aucun formalisme (situation de la boîte)

Symboles mathématiques + et - introduits simultanément en CP via la résolution de problèmes

Dès la maternelle, situations de partage équitable et de produit

Confronter très tôt l'existence de relations multiplicatives sur les nombres rectangles (dimension géométrique, commutativité de la multiplication)

Être attentif à la bonne utilisation du signe = (non pas comme un marqueur d'étape)

Utilisation du signe = dans les deux sens
 $3+5 = 8$
 $8 = 3+5$

Symbolisme du signe x peut être introduit fin CP mais n'est pas un attendu

C'est la verbalisation et l'usage du mot « fois » qui introduira le signe mathématique

Points de vigilance + -

Utilisation de + de 2 termes
 $4 + 2 + 2 = 8$

Algorithme de l'addition CP
 Algorithme de la soustraction CE1

Points de vigilance x :

Introduction du signe : bien trop prématuré en CP

Algorithme de la multiplication en CE2 et de la division en CM1

Calcul mental/Calcul en ligne/Calcul posé et estimation

CALCUL MENTAL FAITS NUMÉRIQUES

- Compléments à 10
- Doubles ≤ 10 et dizaines jusqu'à 50
- Tables d'addition ≤ 10
- Décomposition additive ≤ 10
- Moitié des nombres pairs ≤ 20

Entraînement, représentation mentale, compréhension des opérations en jeu => Indispensable à la **mémorisation**.

CALCUL EN LIGNE

- Permet de soulager la mémoire de travail
- Construire la représentation des nombres et leurs décompositions
- Première formalisation des propriétés des opérations
- Le signe « = » doit être vu comme une équivalence entre les nombres et pas simplement comme un résultat.

CALCUL POSÉ

- Doit être travaillé après le calcul mental et calcul en ligne
- Associer l'apprentissage des techniques opératoires à la compréhension du nombre et les principes de la numération écrite chiffrée.

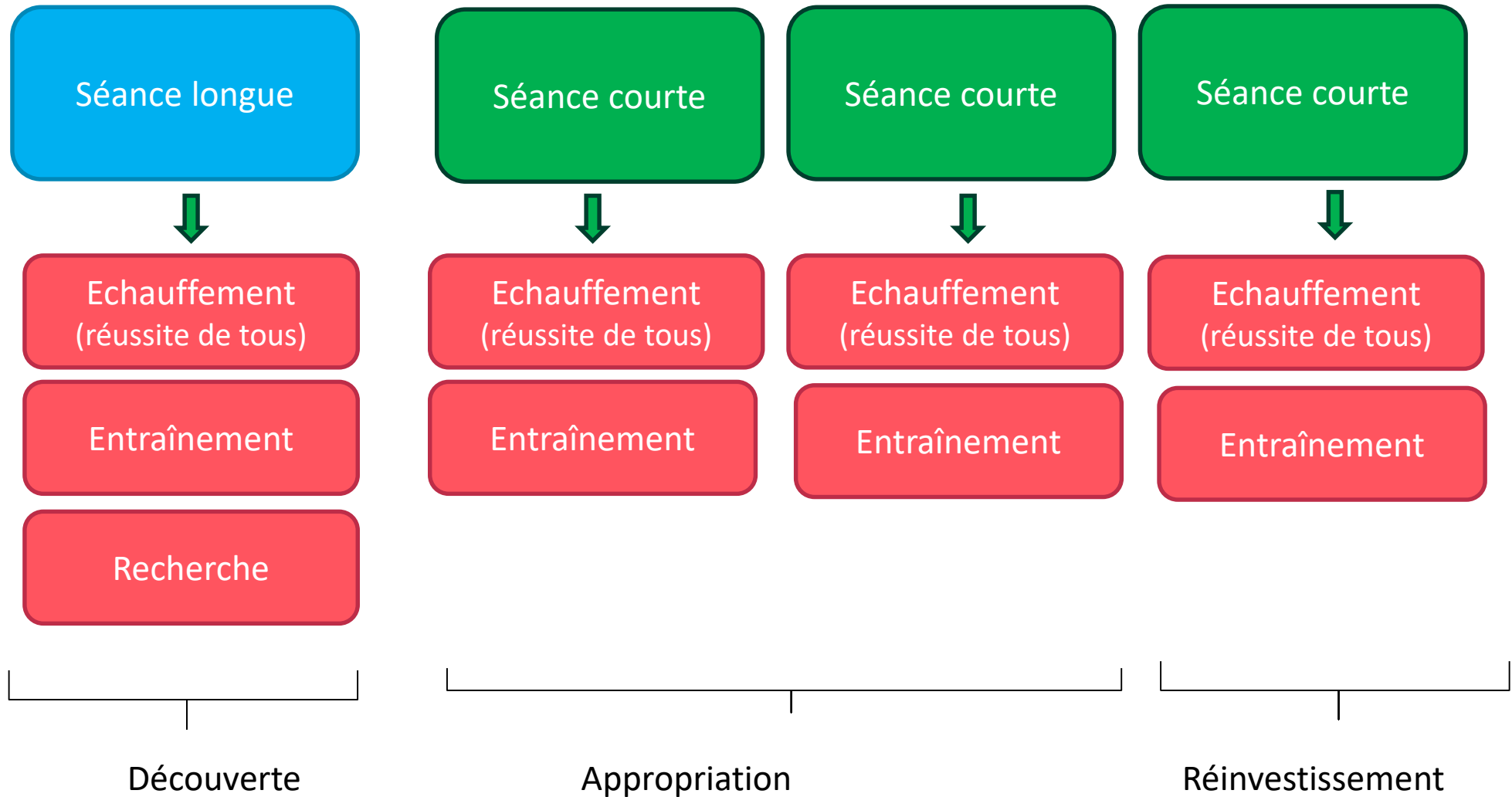
Focus sur la table d'addition
p.61-62 progression (+1; +10; doubles; compléments à 10; presque doubles; sommes inférieures à 10; passage par 10)

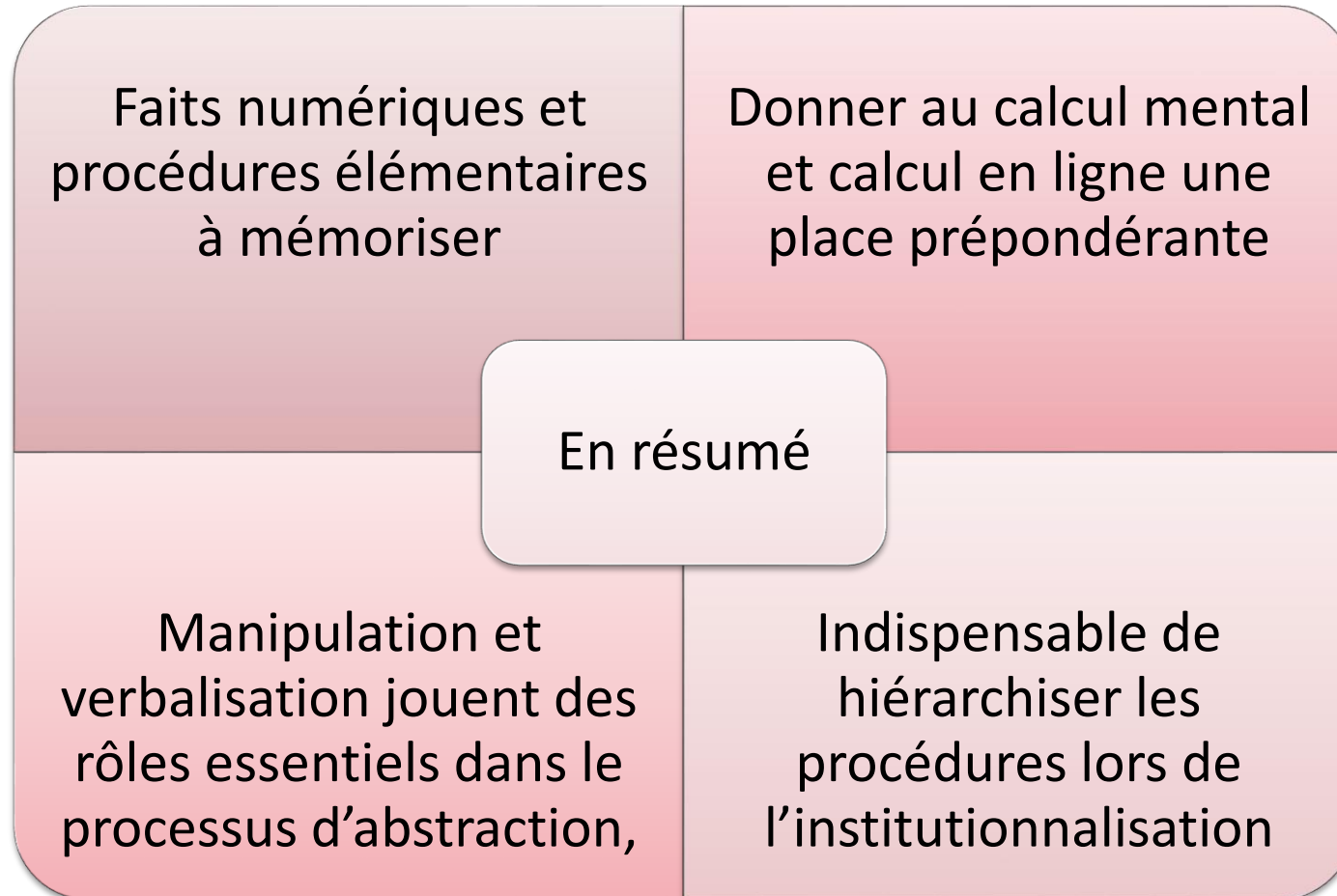
- ⇒ Développer des automatismes
- ⇒ Importance de l'institutionnalisation
- ⇒ Hiérarchiser les procédures.

Choix d'un nombre inférieur à 10 indispensable pour faire prendre conscience de l'importance de l'alignement rang par rang

Et développer les habiletés en ESTIMATION dès le CP

Mise en place des 15 minutes par jour (p.74)





Chapitre III

Résolution de problèmes et Modélisation

A - Introduction

« Résolution de problèmes » et « Modélisation »

Attention, deux termes qui ne sont pas sur un même plan :

la « Résolution de problèmes » est transversale tandis que la « Modélisation » constitue une des six compétences mathématiques.

Au cycle 2, il est très important de souligner que les programmes placent « la résolution de problèmes au centre de l'activité mathématique » et précisent que « les problèmes permettent **à la fois** d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. »

La résolution de problèmes, c'est quoi ?

Comprendre le
problème posé

Etablir une stratégie pour le résoudre

Mettre en œuvre la stratégie retenue

Revenir sur la solution
obtenue

Centration sur l'introduction progressive de schémas opératoires
(Modélisation)

**Les problèmes
basiques**



Problèmes à une étape

**Les problèmes
complexes**



Problèmes à plusieurs étapes
Agrégats de problèmes
basiques

**Les problèmes
atypiques**



Problèmes pour apprendre à
chercher
Inventivité stratégique
Prise de risque

Centration préconisée sur les problèmes basiques et complexes

B - La démarche d'enseignement de la RP du cycle 1 au cycle 2

Manipulations



**MODE
SENSORI-MOTEUR**

Représentations




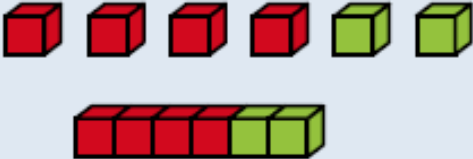
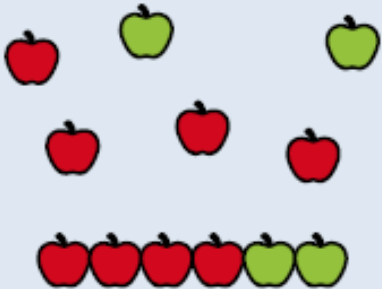


**MODE
IMAGE**

Symbolisation



**MODE
SYMBOLIQUE**

Cheminement vers l'abstraction : la verbalisation omniprésente

<p>MODE SENSORI-MOTEUR³⁸</p>	<p>Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<p>Manipulation d'objets tangibles figuratifs :</p> 
<p>MODE IMAGÉ</p>	<p>Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Représentation avec un schéma :  <ul style="list-style-type: none"> • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : 
<p>MODE SYMBOLIQUE</p>	<p>Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$</p>	

Que signifie...

Manipuler ?

Manipulations

passive

active



Aucune anticipation mentale
Appel réel à la manipulation **afin de représenter** la situation mathématique.
Appel réel à la manipulation **pour valider** ce que l'élève a été capable d'anticiper
Présence d'une anticipation mentale

Représenter ?

Représentations

imagées

figuratives

symboliques



Définies, particulières, fortement contextualisées

Grand espace de liberté

Indéfinies, génériques, faiblement contextualisées

Verbaliser ?

Résoudre par anticipation mentale sans manipuler

Résoudre par anticipation mentale sans représenter



La verbalisation doit être présente lors de l'étape de MANIPULATION

La verbalisation doit être présente lors de l'étape de REPRESENTATION

Passage progressif de la manipulation passive à la manipulation active (aidé par la verbalisation).

Passage progressif des représentations imagées aux représentations symboliques (aidé par la verbalisation).

L'abstraction consiste à sélectionner un ou plusieurs traits caractéristiques et à opérer ceux-ci sans manipulation ni représentation.

Faire évoluer les procédures

Il existe différents niveaux de stratégie :

Stratégie de niveau 1 : Dénombrement sans symbolisme

Stratégie de niveau 2 : Dénombrement avec symbolisme

Stratégie de niveau 3 : Calculs

C - La modélisation dans le cadre de la Résolution de problèmes

Représenter



Représenter, c'est traduire la situation réelle en **une représentation** (ici focus sur les schémas)

Modéliser



Modéliser, c'est traduire une représentation en **une entité calculable**.

Passage progressif d'une situation réelle à une entité calculable.

La place des schémas en résolution de problèmes

Manipulations



Plurielles

Représentations



Plurielles
dont les SCHEMAS
OPERATOIRES

Symbolisation



Unique

Les schémas opératoires établissent un pont entre « Représentations » et « Symbolisation ».

Progression dans la schématisation

La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :



et 5 cubes bleus :



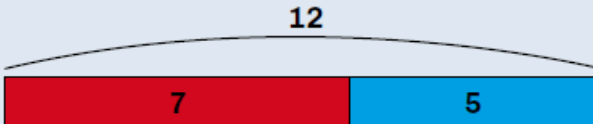
fait apparaître l'assemblage :



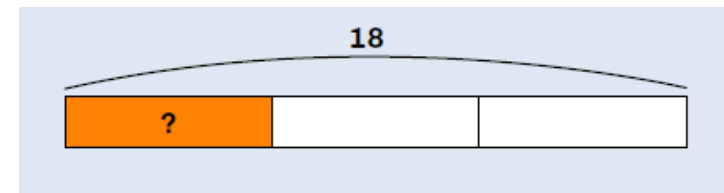
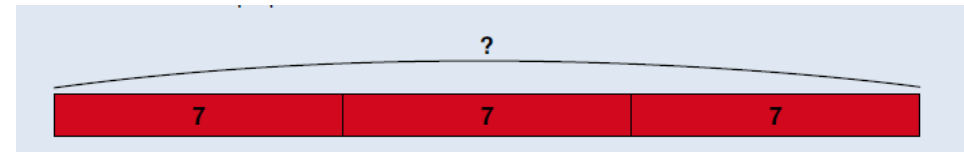
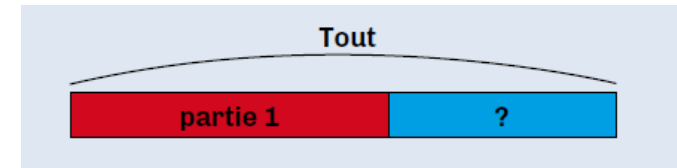
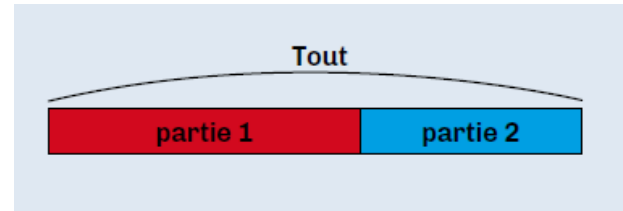
puis le schéma :



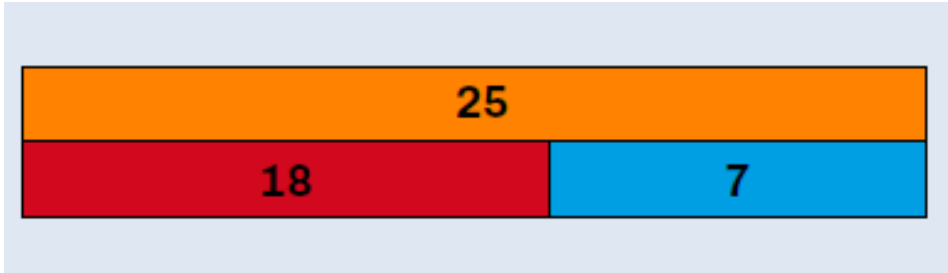
et enfin le schéma en barres :



Champs additif et multiplicatif à explorer



D – Continuum didactique à préconiser



Il y a 4 pommes rouges et 2 bananes.
Combien y a-t-il de fruits?

?	
4	2

Je cherche le tout.

Il y a 6 fruits.

Construction pluriannuelle cohérente et progressive

E – Les écrits en Résolution de problèmes

Traces écrites



Traces individuelles

Cahier personnel

Cahier de référence en Mathématiques

Traces collectives

Affichage de classe évolutif

Mises en commun



Mises en commun

Régulières en cours de séance

Institutionnalisation

finale

Les écrits comme outils d'aide vers l'abstraction

La résolution de problèmes s'enseigne, peut être explicitée

Les élèves doivent être confrontés seuls à la tâche

En résumé

"Manipuler, Représenter, Symboliser » constituent les jalons vers l'abstraction toujours accompagnés de phases de verbalisation."

Pertinence des « schémas opératoires »

Chapitre IV

Matériel

Principes de bases pour l'utilisation du matériel



Temporalité d'utilisation du matériel supérieure à un an

Transparence du matériel permettant des représentations

Nature neutre du matériel, éloigné de la réalité pour aider à la conceptualisation

Faire le lien entre le matériel et le concept

Les outils numériques

- Garder en mémoire les procédures
- Dimension collective

TBI

- Autonomie
- Rétroaction positive
- Différenciation

Logiciels avec
retour sur
procédures

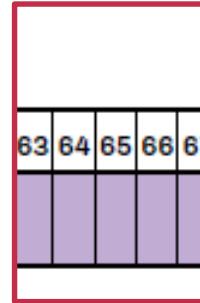
- Garder en mémoire
- Individuel
- Collaboration

Tablette

Matériel incontournable



Cubes emboitables
sécables



Frise numérique

1	2	3	4	5	6	7	8
11	12	13	14	15	16	17	18
21	22	23	24	25	26	27	28
31	32	33	34	35	36	37	38
41	42	43	44	45	46	47	48
51	52	53	54	55	56	57	58
61	63	64	65	66	67	68	69
71	72	73	74	75	76	77	78
81	82	83	84	85	86	87	88
91	92	93	94	95	96	97	98

Tableau des
nombres

Matériel complémentaire

Cube unité /
barre

- travaille les nombres inférieurs à 10

Tableau de
numération

- n'aborde pas l'aspect décimal de la numération

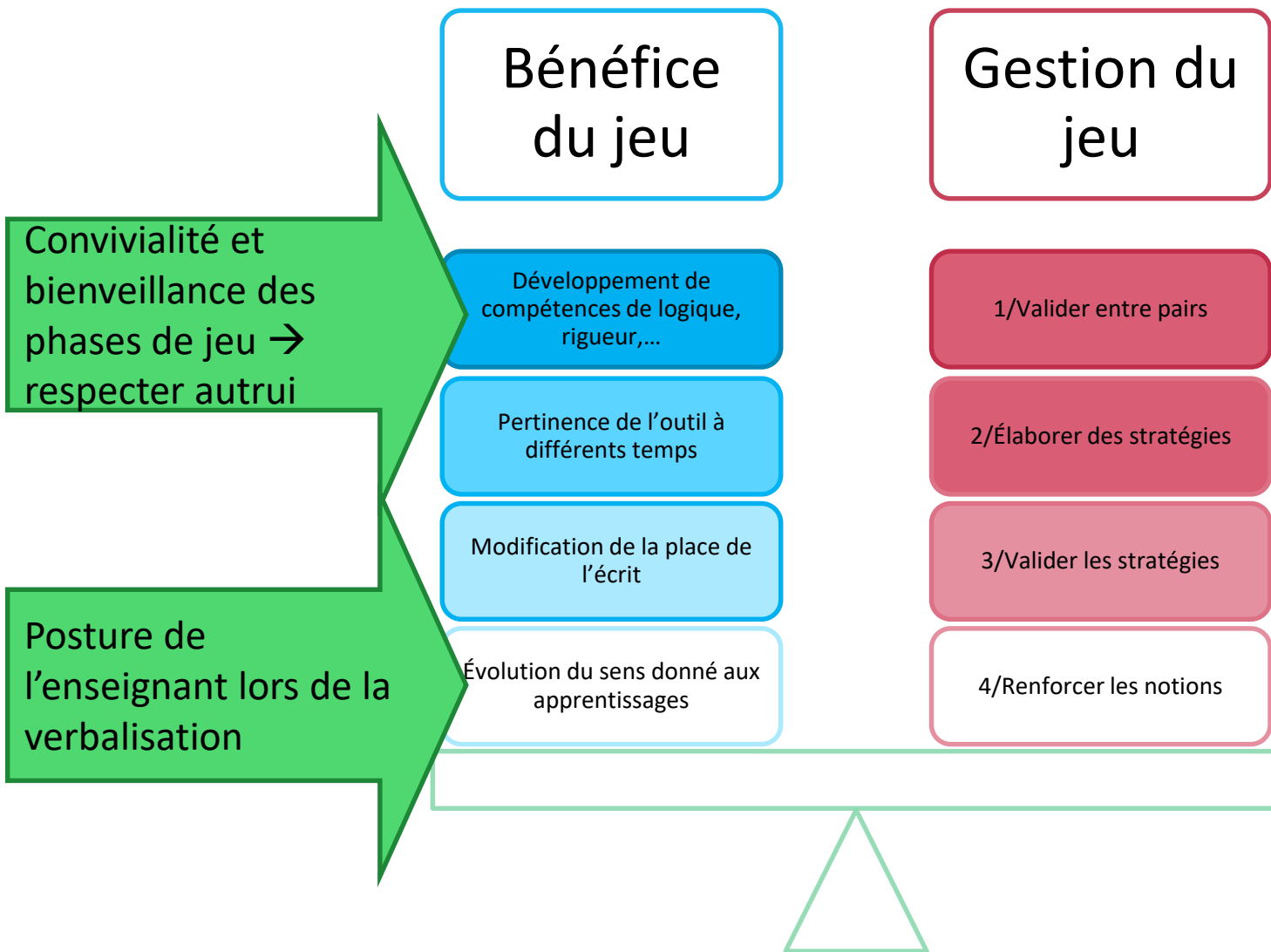
Monnaie

- outil non transparent
- écriture chiffrée limitée

Chapitre V

Jeux dans les apprentissages

Analyse des jeux



Jeux pour s'entraîner au calcul

Lucky Luke

Décompositions additives jusqu'à 10

Bon débarras

Compléments à 10

Cartes recto-verso

Recto : calcul / verso : réponse

Yams

Calcul additif à partir de constellations de dés

Analyse des jeux : quelle focale

Objectifs visés et place dans la séquence d'apprentissage

Le jeu permet-il d'atteindre l'objectif d'apprentissage qui lui est associé
Est-il utilisé comme situation d'introduction, d'entraînement, d'évaluation ?

Accompagnement et présence du professeur

Rôle du professeur

Communication et échanges

Quelle verbalisation est-elle prévue ?

Complexité des règles

Les règles sont-elles suffisamment simples pour permettre l'autonomie ?

Évolution du jeu en lien avec la progression et la différenciation

Quelles variables pour faire évoluer le jeu ?

Institutionnalisation

Quelles traces écrites prévues ?

Validation

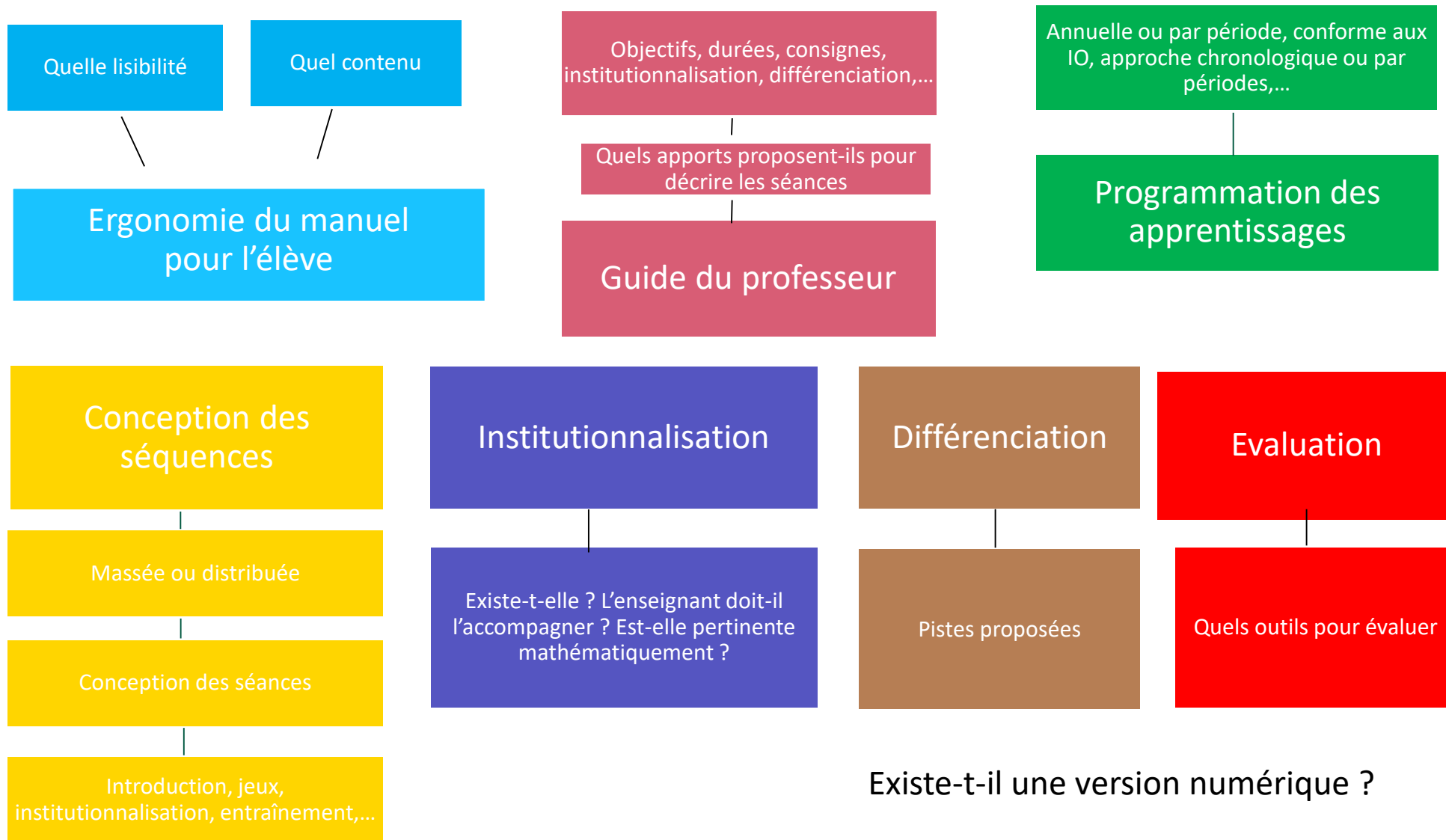
Le jeu était-il autocorrectif ?

Chapitre VI

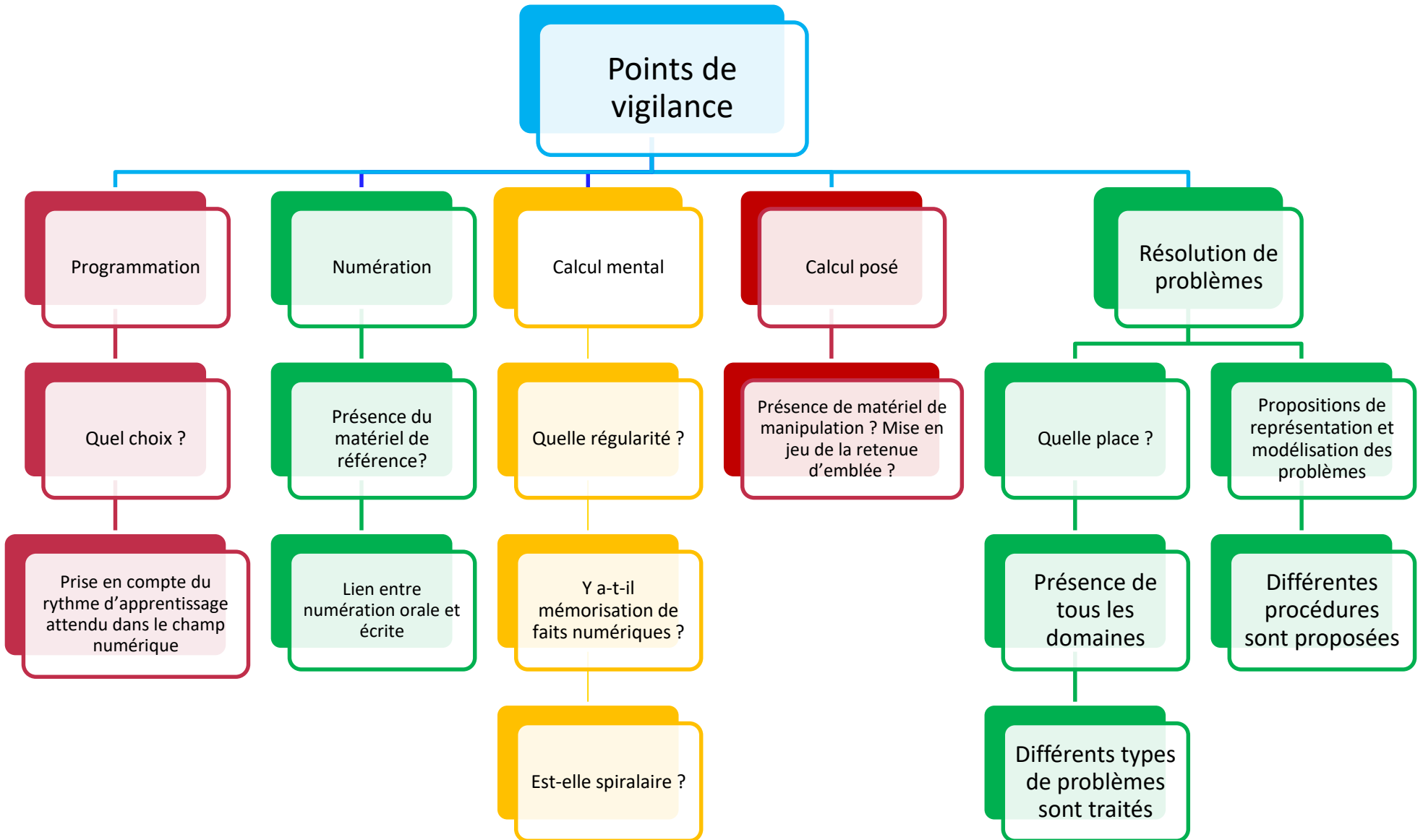
Manuels

Approche globale des manuels

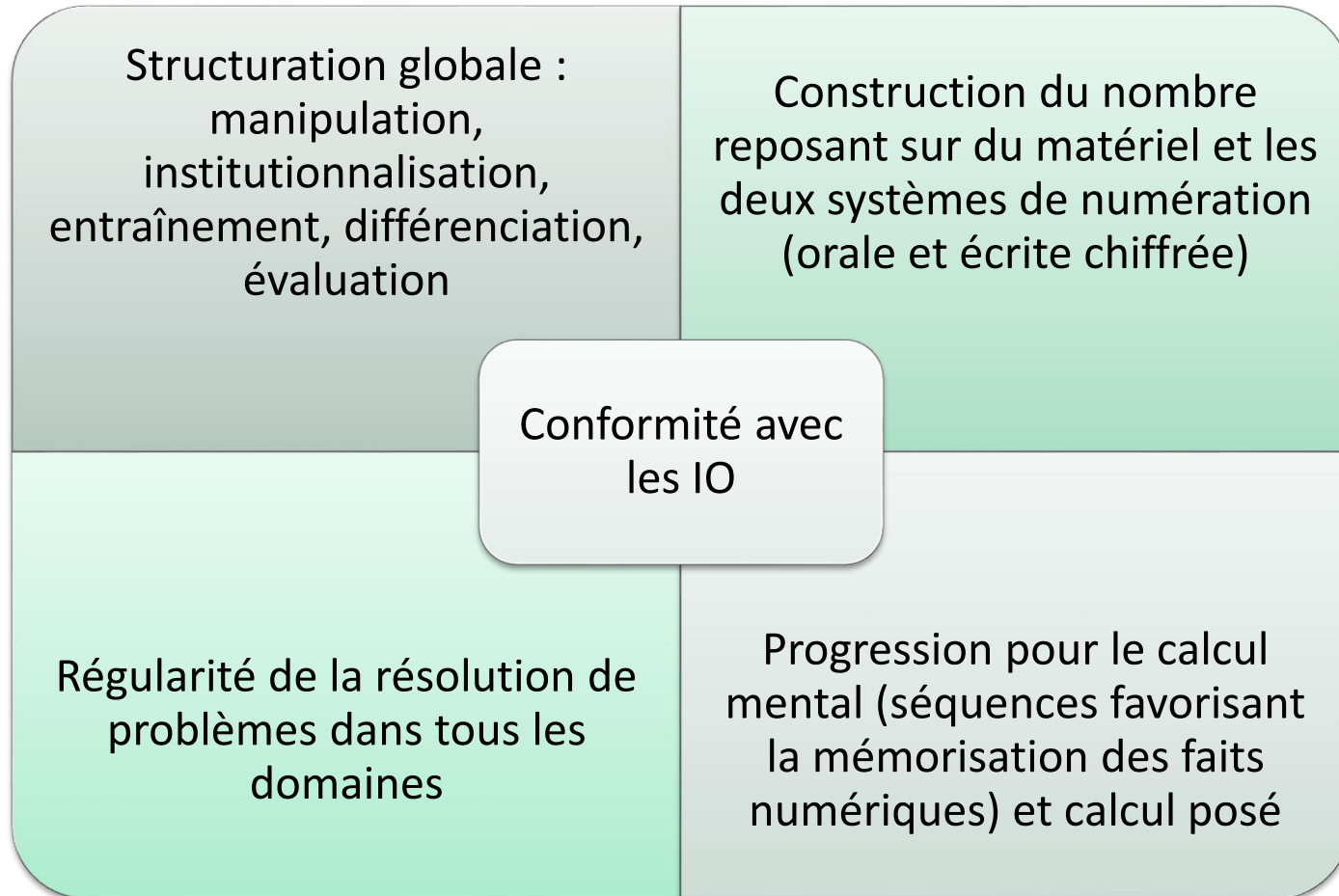
Un manuel en lui-même n'est pas suffisant



Approche des manuels par les contenus



Points de vigilance



Chapitre VII

Programmer les progressions

Progressions P1 et P2

Numération

Explorer « petits » nombres :
numération orale jusqu'à 10

Construire le système décimal
1 : la dizaine
2 : construction du système de
numération écrit chiffré

Calcul mental

Faits numériques : doubles jusqu'à 5 puis
10, compléments à 10, somme de deux
nombres, décompositions additives des
nombres (jusqu'à 10)

Procédures élémentaires : itérations de
l'unité, ajout de 2 en 2, soustraire à 10 et
commutativité de l'addition

Combinaisons de procédures :
addition de deux nombres
dans retenue, soustraction a-b

Résolution de problèmes arithmétiques

Problèmes additifs :

- Problèmes parties-tout avec recherche du tout,
- [...] avec recherche d'une des parties.
- Problèmes de transformation avec recherche de la quantité finale

Progressions P3, P4 et P5

Numération

Explorer nombres :
numération orale jusqu'à 100

Construire le système
décimal jusqu'à 100

Liens entre les deux systèmes
de numération

Calcul

Calcul mental

- Faits numériques : table addition jusqu'à 10, double des dizaines, moitié des nombres pairs
- Procédures élémentaires : Ajouter 10, soustraire 10, addition et soustraction de dizaines entières jusqu'à 100

Calcul en ligne

- Addition de deux nombres sans puis avec franchissement la dizaine
- Soustraction sans retenue

Calcul posé

- Algorithme de l'addition posée
- Somme de trois termes

Résolution de problèmes arithmétiques

Problèmes additifs :

- Reprise des problèmes P1 et P2
- Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la transformation
- Proposition de quelques problèmes complexes

Problèmes multiplicatifs :

- Recherche du produit
- Recherche du nombre de part (partage égal)
- Recherche de la valeur d'une part



ACADÉMIE DE NICE

*Liberté
Égalité
Fraternité*